**प्रश्न 1.**

$5 \times 10^{-8}$ C तथा $-3 \times 10^{-8}$ C के दो आवेश 16 cm दूरी पर स्थित हैं। दोनों आवेशों को मिलाने वाली रेखा के किस बिन्दु पर विद्युत विभव शून्य होगा? अनन्त पर विभव शून्य लीजिए।

**Ans**

दिया है, $q_1 = 5 \times 10^{-8}$ कूलॉम, $q_2 = -3 \times 10^{-8}$ कूलॉम

तथा r = 16 सेमी = $16 \times 10^{-2}$ मीटर = 0.16 मीटर

माना, दोनों आवेशों को मिलाने वाली रेखा के बिन्दु P पर वैद्युत विभव शून्य है तथा $q_1$ से P की दूरी x है तब $q_2$ से P की दूरी (r - x) होगी।

P पर वैद्युत विभव-

सूत्र $V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$ से,

$q_1$ के कारण $V_1 = \frac{9 \times 10^9 \times 5 \times 10^{-8}}{x}$

तथा $q_2$ के कारण $V_2 = \frac{9 \times 10^9 \times (-3 \times 10^{-8})}{(r - x)}$

अतः P पर कुल विभव $V = V_1 + V_2 = 0$

अथवा $\frac{9 \times 10^9 \times 5 \times 10^{-8}}{x} + \frac{9 \times 10^9 \times (-3 \times 10^{-8})}{(r - x)} = 0$

अथवा $$\frac{5}{x} - \frac{3}{(0.16 - x)} = 0$$

अथवा $$\frac{5}{x} = \frac{3}{(0.16 - x)}$$

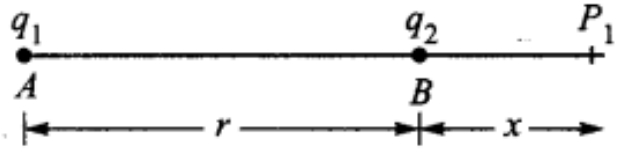
अथवा $$5\,(0.16 - x) = 3x$$

अथवा $$0.8 - 5x = 3x$$

अथवा $$8x = 0.8 \text{ मीटर}$$

$\therefore$ $$x = \frac{0.8}{8} = 0.1 \text{ मीटर}$$

वैद्युत विभव दोनों आवेशों को मिलाने वाली रेखा के बाह्य बिन्दु $P_1$ पर भी शून्य होगा, जहाँ $BP_1 = x$ (माना)




चित्र 2.2

$P_1$ पर $q_1$ के कारण विभव $V_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{5 \times 10^{-8}}{0.16 + x}$

तथा $q_2$ के कारण विभव $V'_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{-3 \times 10^{-8}}{x} = 0$

$P_1$ परिणामी विभव $V' = V'_1 + V'_2 = 0$

अथवा $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{5 \times 10^{-8}}{0.16 + x} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{-3 \times 10^{-8}}{x} = 0$

अथवा $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{5 \times 10^{-8}}{0.16 + x} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{-3 \times 10^{-8}}{x}$

अथवा $\frac{5}{(0.16 + x)} = \frac{3}{x}$

अथवा $5x = 0.48 + 3x$

अथवा $2x = 0.48$ मीटर

अथवा $x = 0.24$ मीटर

$= 24$ मीटर

**प्रश्न 2.**

10 cm भुजा वाले एक सम-षट्भुज के प्रत्येक शीर्ष पर 5 μC का आवेश है। षट्भुज के केन्द्र पर विभव परिकलित कीजिए।

**हल-**

समषट्भुज के केन्द्र से प्रत्येक शीर्ष की दूरी समान होती है तथा यह इसकी भुजा a = 10 सेमी के बराबर होगी (चित्र 2.3)। चूंकि प्रत्येक शीर्ष पर आवेश भी समान (q = 5 μC = 5 x $10^{-6}$ C) है, अत: प्रत्येक शीर्ष पर स्थित आवेश के कारण केन्द्र O पर विभव समान होगा।

A पर स्थित q आवेश के कारण O पर वैद्युत विभव

$$V_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r} = \frac{9 \times 10^9 \times 5 \times 10^{-6}}{0.1}$$

अतः सभी शीर्षों पर स्थित आवेशों के कारण O पर वैद्युत विभव

$$V = 6 \times V_1$$

$$= \frac{6 \times 9 \times 10^9 \times 5 \times 10^{-6}}{0.1} = 2.7 \times 10^6 \text{ वोल्ट}$$

**प्रश्न 3.**

6 cm की दूरी पर अवस्थित दो बिन्दुओं A एवं B पर दो आवेश 2 μC तथा -2 μC रखे है।

(a) निकाय के सम विभव पृष्ठ की पहचान कीजिए।

(b) इस पृष्ठ के प्रत्येक बिन्दु पर विद्युत-क्षेत्र की दिशा क्या है?

**हल-**

(a) दिया है, A व B पर दो आवेश 2 μC और -2 μC रखे हैं।

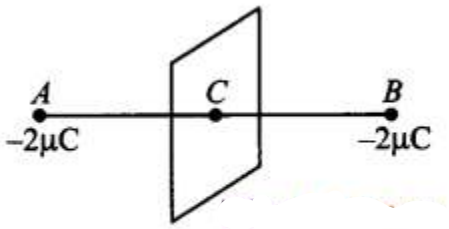
AB = 6 सेमी = 0.06 मीटर

दो दिए गए आवेशों के निकाय का समविभवी पृष्ठ A व B को मिलाने वाली रेखा के अभिलम्बवत् होगा। यह पृष्ठ, रेखा AB के मध्य बिन्दु C से गुजरेगा।

$$C \text{ पर विभव, } V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{2\times10^{-6}}{0.03} + \frac{(-2\times10^{-6})}{0.03}\right] = 0$$

इस प्रकार इस पृष्ठ के प्रत्येक बिन्दु पर समान विभव है और यह शून्य है। अतः यह एक समविभवी पृष्ठ है।

(b) हमें ज्ञात है कि वैद्युत क्षेत्र सदैव + से - आवेश की ओर दिष्ट होता है। इस प्रकार यहाँ वैद्युत क्षेत्र (+ve) बिन्दु A से ऋणावेशित (-ve) बिन्दु B की ओर कार्य करता है। तथा यह समविभवी पृष्ठ के अभिलम्बवत् है।




चित्र 2.4

**प्रश्न 4.**

12 cm त्रिज्या वाले एक गोलीय चालक के पृष्ठ पर $1.6 \times 10^{-7}$ C पर आवेश एकसमान रूप से वितरित है।

(a) गोले के अन्दर

(b) गोले के ठीक बाहर

(c) गोले के केन्द्र से 18 cm पर अवस्थित, किसी बिन्दु पर विद्युत-क्षेत्र क्या होगा?

**हल-**

आवेश सदैव चालक के पृष्ठ पर रहता है तथा बाहरी बिन्दुओं के लिए यह ऐसे व्यवहार करता है जैसे सम्पूर्ण आवेश इसके केन्द्र पर स्थित हो।

(a) गोले के भीतर वैद्युत क्षेत्र, $E_{in} = 0$

(b) गोले के पृष्ठ पर वैद्युत क्षेत्र

$$E_S = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R^2}$$

यहाँ $q = 1.6 \times 10^{-7}$ C, $R = 12$ सेमी $= 0.12$ मीटर

$$\therefore \quad E_S = 9 \times 10^9 \times \frac{1.6 \times 10^{-7}}{(0.12)^2} = \mathbf{10^7\ N/C}$$

**(c)** गोले के केन्द्र से दूरी, $r = 18$ सेमी $= 0.18$ मीटर पर स्थित बिन्दु पर वैद्युत क्षेत्र

$$E_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{1.6 \times 10^{-7}}{(0.18)^2}$$

$$= \mathbf{4.4 \times 10^4}\ \text{न्यूटन/कूलॉम}$$

**प्रश्न 5.**

एक समान्तर पट्टिका संधारित्र, जिसकी पट्टिकाओं के बीच वायु है, की धारिता 8 pF ($1\ pF = 10^{-12}\ F$) है। यदि पट्टिकाओं के बीच की दूरी को आधा कर दिया जाए और इनके बीच के स्थान में 6 परावैद्युतक'का एक पदार्थ भर दिया जाए तो इसकी धारिता क्या होगी?

**हल-**

दिया है : पट्टिकाओं के बीच वायु होने पर समान्तर पट्ट संधारित्र की धारिता

$C_0 = 8\ pF = 8 \times 10^{-12}\ F$

यदि प्रत्येक पट्टिका का क्षेत्रफल = A

तथा पट्टिकाओं के बीच दूरी = d हो, तो

$C_0 = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$ ....(1)

पट्टिकाओं के बीच परावैद्युत पदार्थ भरने पर, तथा बीच की दूरी आधी $\left(\frac{d}{2}\right)$ करने पर

$\varepsilon = \varepsilon_0 K$

C = संधारित्र की परावैद्युत पदार्थ की उपस्तिथि में धारिता

K = 6

इस प्रकार $C = \frac{\varepsilon A}{d} = \frac{\varepsilon_0 KA}{\left(\frac{d}{2}\right)}$

$= 2K\frac{\varepsilon_0 A}{d}$ ...(2)

समीकरण (2) में (1) से भाग देने पर,

$\frac{C}{C_0} = 2K$

या $C = 2KC_0$

$= 2 \times 6 \times 8 \times 10^{-12}$ F

$= 96 \times 10^{-12}$ F

= 96 pF

**प्रश्न 6.**

9 pF धारिता वाले तीन संधारित्रों को श्रेणीक्रम में जोड़ा गया है।

(a) संयोजन की कुल धारिता क्या है?

(b) यदि संयोजन को 120 V के संभरण (सप्लाई) से जोड़ दिया जाए, तो प्रत्येक संधारित्र पर क्या विभवान्तर होगा?

**हल-**

तीनों संधारित्रों में प्रत्येक की धारिता 9 pF है।

अर्थात् $C_1 = C_2 = C_3 = 9$ pF; संभरण वोल्टता V = 120 वोल्ट

(a) यदि इनके श्रेणी संयोजन की कुल धारिता $C_s$ हो

$$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{9\text{ pF}} + \frac{1}{9\text{ pF}} + \frac{1}{9\text{ pF}} = \frac{1}{3\text{ pF}}$$

$\Rightarrow \quad C_s = 3\text{ pF}$

**(b)** संधारित्रों के श्रेणी संयोजन पर कुल आवेश $Q = C_s$, $V = 3\text{ pF} \times 120$ वोल्ट। श्रेणी संयोजन में प्रत्येक पर आवेश $Q$ समान होगा। चूँकि प्रत्येक की धारिता भी समान है, अत: प्रत्येक संधारित्र का विभवान्तर भी समान होगा।

$$\therefore \quad V_1 = V_2 = V_3 = \frac{Q}{C_1} = \frac{Q}{C_2} = \frac{Q}{C_3}$$

$$= \frac{3\text{ pF} \times 120\text{ वोल्ट}}{9\text{ pF}} = 40\text{ वोल्ट}$$

**प्रश्न 7.**

2 pF, 3 pF और 4 pF धारिता वाले तीन संधारित्र पाश्र्वक्रम में जोड़े गए हैं।

(a) संयोजन की कुल धारिता क्या है?

(b) यदि संयोजन को 100 V के संभरण से जोड़ दें तो प्रत्येक संधारित्र पर आवेश ज्ञात कीजिए।

**हल-**

यहाँ $C_1 = 2$ pF, $C_2 = 3$ pF, $C_3 = 4$ pF तथा संभरण वोल्टता V = 100 वोल्ट

(a) संधारित्रों के पाश्र्वक्रम (समान्तर संयोजन) की कुल धारिता

$C = C_1 + C_2 + C_3 = 2\text{ pF} + 3\text{ pF} + 4\text{ pF} = 9\text{ pF}$

(b) पाश्र्वक्रम संयोजन के प्रत्येक संधारित्र के सिरों के बीच वोल्टता संभरण वोल्टता के बराबर ही होगी अर्थात् V = 100 वोल्ट

अतः $C_1 = 2\text{ pF} = 2 \times 10^{-12}$ F पर आवेश

$Q_1 = C_2 \times V = 2 \times 10^{-12}\text{ F} \times 100$ वोल्ट $= 2 \times 10^{-10}$ कूलॉम

$C_2 = 3\text{ pF} = 3 \times 10^{-12}$ F पर आवेश

$Q_2 = C_2 \times V = 3 \times 10^{-12}\text{ F} \times 100$ वोल्ट $= 3 \times 10^{-10}$ कूलॉम

$C_3 = 4\text{ pF} = 4 \times 10^{-12}$ F पर आवेश

$Q_3 = C_3 \times V = 4 \times 10^{-12}\text{ F} \times 100$ वोल्ट $= 4 \times 10^{-10}$ कूलॉम

**प्रश्न 8.**

पट्टिकाओं के बीच वायु वाले समान्तर पट्टिको संधारित्र की प्रत्येक पट्टिका का क्षेत्रफल $6 \times 10^{-3}\ m^2$ तथा उनके बीच की दूरी 3 mm है। संधारित्र की धारिता को परिकलित कीजिए। यदि इस संधारित्र को 100 V के संभरण से जोड़ दिया जाए तो संधारित्र की प्रत्येक पट्टिका पर कितना आवेश होगा?

**हल-**

दिया है, प्लेट क्षेत्रफल $A = 6 \times 10^{-3}$ m, y = 100 वोल्ट

बीच की दूरी $d = 3\ mm = 3 \times 10^{-3}$ m

धारिता C = ?, प्रत्येक पट्टी पर आवेश = ?

सूत्र $C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$ से,

धारिता $C = \frac{8.854 \times 10^{-12} \times 6 \times 10^{-3}}{3 \times 10^{-3}} = 17.7\ pF = \mathbf{18\ pF}$

संधारित्र पर आवेश $q = C\ V = 17.7 \times 10^{-12} \times 100$

$= 17.7 \times 10^{-10} C$

∴ एक पट्टी पर आवेश $= \mathbf{+17.7 \times 10^{-10}\ C}$

दूसरी पट्टी पर आवेश $= \mathbf{-17.7 \times 10^{-10}\ C}$

**प्रश्न 9.**

प्रश्न 8 में दिए गए संधारित्र की पट्टिकाओं के बीच यदि 3 mm मोटी अभ्रक की एक शीट (पत्तर) (परावैद्युतांक = 6) रख दी जाती है तो स्पष्ट कीजिए कि क्या होगा जब

(a) विभव (वोल्टेज) संभरण जुड़ा ही रहेगा।

(b) संभरण को हटा लिया जाएगा?

**हल-**

प्रश्न 8 के परिणाम से,

V = 100 वोल्ट,

$q = 18 \times 10^{-10}$ C

अब माध्यम का परावैद्युतांक K = 6

परावैद्युत की मोटाई $t = 3\ mm = 3 \times 10^{-3}$ m

t = d; अत: संधारित्र पूर्णतः परावैद्युत द्वारा भरा है।

संधारित्र की नई धारिता $C = KC_0 = 6 \times 18$ pF [$C_0 = 18$ pF]
= 108 pF

(a) विभव संभरण जुड़ा हुआ है; अत: संधारित्र का विभवान्तर नियत अर्थात् 100 वोल्ट रहेगा।

संधारित्र पर नया आवेश $q = CV = 108 \times 10^{-12} \times 100$
$= 1.08 \times 10^{-8}$ C

अतः इस स्थिति में, C = 108 pF, V = 100 V, $q = 1.08 \times 10^{-8}$ C

(b) विभव संभरण हटा लिया गया है; अत: संधारित्र पर आवेश $q = 18 \times 10^{-10}$ C नियत रहेगा।

∴ नया विभवान्तर $V = \frac{q}{C} = \frac{18 \times 10^{-10}}{108 \times 10^{-12}}$

$= \frac{1800}{108} = \frac{50}{3}$ V

अत: $C = 108$ pF, $V = \frac{50}{3}$ V= 16.6 V, $q = 1.8 \times 10^{-9}$ C

**प्रश्न 10.**

12pF का एक संधारित्र 50 V की बैटरी से जुड़ा है। संधारित्र में कितनी स्थिर विद्युत ऊर्जा संचित होगी?

**हल-**

यहाँ $C = 12$ pF $= 12 \times 10^{-12}$ फैरड; V = 50 वोल्ट

अत: स्थिर वैद्युत ऊर्जा

$U = \frac{1}{2} CV^2$

$= \frac{1}{2} \times (12 \times 10^{-12}) \times (50^2)$ जूल

$= 1.50 \times 10^{-8}$ जूल

**प्रश्न 11.**

200 V संभरण (सप्लाई) से एक 600 pF से संधारित्र को आवेशित किया जाता है। फिर इसको संभरण से वियोजित कर देते हैं तथा एक अन्य 600 pF वाले अनावेशित संधारित्र से जोड़ देते हैं। इस प्रक्रिया में कितनी ऊर्जा का ह्रास होता है?

**हल-**

दिया है, धारिताएँ $C_1 = 600 \times 10^{-12}$ F, $C_2 = 600 \times 10^{-12}$ F

विभवान्तर $V_1 = 200$ V, $V_2 = 0$ V .

प्रक्रिया में ऊर्जा का हास $\Delta U = ?$

आवेश के बाद संभरण को हटा दिया जाता है; अतः निकाय पर कुल' आवेश नियत रहेगा।

माना संधारित्रों को जोड़ने पर उनका उभयनिष्ठ विभव V है,

तब $$q = C_1 V_1 + C_2 V_2 = (C_1 + C_2)\, V$$

$$\Rightarrow \quad 600 \times 10^{-12} \times 200 + 0 = [600 + 600] \times 10^{-12} \times V$$

$$\therefore \quad V = \frac{600 \times 200}{1200} = 100 \text{ वोल्ट}$$

∴ निकाय की प्रारम्भिक ऊर्जा

$$U = \frac{1}{2} C_1 V_1^{\,2} + \frac{1}{2} C_2 V_2^{\,2} = \frac{1}{2} \times 600 \times 10^{-12} \times (200)^2 + 0$$

$$= 12 \times 10^{-6}\, \text{J}$$

अन्तिम ऊर्जा $U' = \frac{1}{2}(C_1 + C_2)\, V^2$

$$= \frac{1}{2}[600 \times 10^{-12} + 600 \times 10^{-12}] \times (100)^2$$

$$= 6 \times 10^{-6}\, \text{J}$$

∴ ऊर्जा का ह्रास $\Delta U = U - U' = \mathbf{6 \times 10^{6}\ J}$

**अन्य विधि :** ऊर्जा का ह्रास $\Delta U = \frac{1}{2} \times \frac{C_1 C_2}{(C_1 + C_2)} (V_1 \sim V_2)^2$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{600 \times 10^{-12} \times 600 \times 10^{-12}}{[600 + 600] \times 10^{-12}} (200 \sim 0)^2$$

$$= \mathbf{6 \times 10^{-6}\ J}$$