प्रश्न 1:

(a) लीथियम के दो स्थायी समस्थानिकों को $^{6}_{3}Li$ एवं $^{7}_{3}Li$ की बहुलता का प्रतिशत क्रमशः 7.5 एवं 92.5 हैं। इन समस्थानिकों के द्रव्यमान क्रमशः 6.01512 u एवं 7,01600u हैं। लीथियम का परमाणु द्रव्यमान ज्ञात कीजिए। ।

(b) बोरॉन के दो स्थायी, समस्थानिक $^{10}_{5}B$ एवं $^{11}_{5}B$ हैं। उनके द्रव्यमान क्रमशः 10.01294u एवं 11.00931u एवं बोरॉन का परमाणु भार 10.811u है। $^{10}_{5}B$ एवं $^{11}_{5}B$ की बहुलता ज्ञात कीजिए।

हल:

(a) माना लीथियम के किसी नमूने में 100 परमाणु लिए गए हैं, तब इनमें 7.5 परमाणु $^{6}_{3}Li$ के तथा 92.5 परमाणु $^{7}_{3}Li$ के होंगे।

∴ 100 परमाणुओं का द्रव्यमान = (7.5 x 6.01512+ 92.5 x 7.01600) u

= (45,1134 + 648.98) u= 694.0934u

$$= \frac{x \times {}^{10}_{5}\text{B} \text{ का परमाणु द्रव्यमान } + y \times {}^{11}_{5}\text{B} \text{ का परमाणु द्रव्यमान}}{100}$$

$$\Rightarrow \quad 10.811 = \frac{x \times 10.01294 + y \times 11.00931}{100}$$

$$= \frac{694.0934}{100}$$

= 6.940934u

≈ 6.94lu

(b) माना बोरॉन के दो समस्थानिकों की बहुलता क्रमश: x% तथा y% है, तब

x + y = 100 .....(1)

यदि बोरॉन के 100 परमाणु लिए जाएँ तो इनमें x परमाणु $^{10}_{5}B$ के तथा y परमाणु $^{11}_{5}B$ के होंगे।

∴ बोरॉन का परमाणु द्रव्यमान

$$\therefore \quad \text{लीथियम का औसत परमाणु द्रव्यमान} = \frac{100 \text{ परमाणुओं का द्रव्यमान}}{100}$$

या 10.811 x 100 = 10.01294 x + 11.00931 (100 – x) [∵ x + y = 100

⇒ 1081.1- 1100.931 = 10.012943x – 11.00931x

⇒ – 19.831 = – 0.99637x

∴ x = $\frac{-19.831}{-099837}$ =19.9

∴ y = 100- x = 100 – 19.9 = 80.1

अत: बोरॉन में $^{10}_{5}B$ तथा $^{11}_{5}B$ समस्थानिकों की बहुलता प्रतिशत क्रमश: 19.9 तथा 80.1 हैं।

प्रश्न 2.

नियॉन के तीन स्थायी समस्थानिकों की बहुलता क्रमशः 90.51%, 0.27% एवं 9.22% है। इन समस्थानिकों के परमाणु द्रव्यमान क्रमशः 19.99u 20.99u एवं 21.99u हैं। नियॉन का औसत परमाणु द्रव्यमान ज्ञात कीजिए।

हल:

यदि नियॉन के 100 परमाणु लिए जाएँ तो उनमें नियॉन के तीन समस्थानिकों के क्रमश: 90. परमाणु, 0.27 परमाणु तथा 9.22 परमाणु होंगे।

∴ नियॉन का औसत परमाणु द्रव्यमान

$$= \frac{(90.51 \times 19.99 + 0.27 \times 20.99 + 9.22 \times 21.99)u}{100}$$

$$= \frac{(1809.2949 + 5.6673 + 202.7478)\text{u}}{100}$$

$$= \frac{2017.71}{100}$$

= 20.177 u ≈ 20.18u

प्रश्न 3.

नाइट्रोजन नाभिक ($^{14}_{7}N$) की बन्धन-ऊर्जा MeV में ज्ञात कीजिए। m_N = 14.00307u m_H = 1.00783u, m_n = 1.00867u]

हल:

$^{14}_{7}N$ में प्रोटॉन = Z = 7 तथा न्यूट्रॉन

= (A – Z) = (14 – 7) = 7

न्यूक्लिऑनों का कुल द्रव्यमान = 7 x m_H + 7 x m_n

= (7 x 1.00783 +7 x 1.00867) u

= 14.1155 u

∴ द्रव्यमान क्षति

Δm = न्यूक्लिऑनों का द्रव्यमान - $^{14}_{7}B$ नाभिक का द्रव्यमान

= 14.11550 u – 14.00307 u = 0.11243 u

अतः बन्धन ऊर्जा E_B = Δm के तुल्य ऊर्जा

= 0.11243 x 931 MeV

= 104.67 MeV (∵1u = 931 Mev)

प्रश्न 4:

निम्नलिखित आँकड़ों के आधार पर $^{56}_{26}Fe$ एवं $^{209}_{83}Bi$ नाभिकों की बन्धन-ऊर्जा MeV में ज्ञात कीजिए। m($^{56}_{26}Fe$) = 55.934939u, m ($^{209}_{83}Bi$) = 208:980388u

हल:

दिया है, प्रोटॉन का द्रव्यमान m_H = 1.007825u

न्यूट्रॉन का द्रव्यमान m_n= 1.008665u

(i) $^{56}_{26}Fe$ नाभिक का द्रव्यमान m_{Fe}= = 55.934939u

इस नाभिक में 26 प्रोटॉन तथा (56 – 26) = 30 न्यूट्रॉन हैं।

∴ न्यूक्लिऑनों का द्रव्यमान = 26 m_H + 30m_n

= 26 x 1.007825 + 30 x 1.008665

= 26.20345 + 30.25995 = 56.4634u

∴ द्रव्यमान क्षति Δm = न्यूक्लिऑनों का द्रव्यमान - नाभिक का द्रव्यमान

= 56.4634 – 55.934939 = 0.528461u

∴ $^{56}_{26}Fe$ नाभिक की बन्धन-ऊर्जा = Δm x 931 = 0.528461 x 931.5 MeV

= 492.26 MeV

∴ बन्धन-ऊर्जा प्रति न्यूक्लिऑन = $\frac{492.26}{56}$

= 8.79 MeV/ न्यूक्लिऑन

(ii) $^{209}_{83}Bi$ नाभिक का द्रव्यमान m_{Bi}= 208.980388u

इस नाभिक में 83 प्रोटॉन तथा 126 न्यूट्रॉन हैं।

∴ न्यूक्लिऑनों का द्रव्यमान = 83m_H +126m_n

= 83 x 1.007825 + 126 x 1.008665

= 83.649475+ 127.091790

= 210.741260 u

∴ नाभिक की द्रव्यमान-क्षति Δm = 210.741260 – 208.980388

= 1.760872u

∴ नाभिक की बन्धन ऊर्जा = Δm x 931.5 MeV

= 1.760872 x 931.5

= 1640.26 MeV

∴ बन्धन-ऊर्जा प्रति न्यूक्लिऑन = $\frac{1640.26}{209}$= 7.85 MeV/ न्यूक्लिऑन

प्रश्न 5:

एक दिए गए सिक्के का द्रव्यमान 3.0 g है। उस ऊर्जा की गणना कीजिए जो इस सिक्के के सभी न्यूट्रॉनों एव प्रोटॉनों को एक-दूसरे से अलग करने के लिए आवश्यक हो। सरलता के | लिए मान लीजिए कि सिक्का पूर्णतः $^{63}_{29}Cu$ परमाणुओं का बना है। ($^{63}_{29}Cu$ का द्रव्यमान = 82,92960u)।

हल:

$^{63}_{29}Cu$ में प्रोटॉन (Z) = 29, न्यूट्रॉन = 63 – 29= 34

∴ न्यूक्लिऑनों का कुल द्रव्यमान

= 29 प्रोटॉनों का द्रव्यमान + 34 न्यूट्रॉनों का द्रव्यमान

= (29 x 1.00783+ 34 x 1.00867) u = 63.52185 u

∴ द्रव्यमान क्षति Δm = न्यूक्लिऑनों का द्रव्यमान - $^{63}_{29}Cu$ नाभिक का द्रव्यमान

= 63.52185 u – 62.92960 u = 0.59225 u

∴ $^{63}_{29}Cu$ नाभिक की बन्धन ऊर्जा

E_B = 0.53225 x 931 MeV = 551.385 MeV

m = 3.0 ग्राम में परमाणुओं (नाभिकों) की संख्या

= $\frac{m}{M}$ x आवोगाद्रो संख्या

= $\frac{3}{63}$ x 6.02 x 10^{23} = 2.86 x 10^{22}

∴ सिक्के के सभी न्यूट्रॉनों तथा प्रोटॉनों को एक-दूसरे से अलग करने के लिए आवश्यक ऊर्जा

= 2.86 x 10^{22} x E_B

= 2.86 x 10^{22} x 551.385 MeV

= 1.6 x 10^{25} MeV

प्रश्न 6:

निम्नलिखित के लिए नाभिकीय समीकरण लिखिए

(i) $^{226}_{88}Ra$ का α- क्षय

(ii) $^{242}_{94}Pu$ का α- क्षय

(iii) $^{32}_{15}P$ P का β^- – क्षय

(iv) $^{83}_{210}Bi$ का β^- -क्षय

(v) $^{11}_{6}C$ का β^+ -क्षय

(vi) $^{97}_{43}Tc$ Tc का β^+ -क्षय

(vii) $^{120}_{54}Xe$ 120Xe का इलेक्ट्रॉन अभिग्रहण

हल:

दी गई अभिक्रियाओं के लिए नाभिकीय समीकरण निम्नलिखित है

(i) $^{226}_{88}\text{Ra} \longrightarrow {}^{222}_{86}\text{Rn}$ (रेडॉन) $+ {}^{4}_{2}\text{He}$ (α-कण)

(ii) $^{242}_{94}\text{Pu} \longrightarrow {}^{238}_{92}\text{U}$ (यूरेनियम) $+ {}^{4}_{2}\text{He}$ (α-कण)

(iii) $^{32}_{15}\text{P} \longrightarrow {}^{32}_{16}\text{S}$ (सल्फर) $+ {}^{0}_{-1}\beta$(β-कण) $+ \bar{\nu}$ (ऐन्टिन्यूट्रिनो)

(iv) $^{210}_{83}\text{Bi} \longrightarrow {}^{210}_{84}\text{Po}$ (पोलोनियम) $+ {}^{0}_{-1}\beta + \bar{\nu}$

(v) $^{11}_{6}\text{C} \longrightarrow {}^{11}_{5}\text{B}$ (बोरॉन) $+ {}^{0}_{+1}\beta + \nu$ (न्यूट्रिनो)

(vi) $^{97}_{43}\text{Tc} \longrightarrow {}^{97}_{42}\text{Mo}$ (बोरॉन) $+ {}^{0}_{+1}\beta + \nu$

(vii) $^{120}_{54}\text{Xe} + {}^{0}_{-1}\text{e} \longrightarrow {}^{120}_{53}\text{I} + \nu$

प्रश्न 7:

एक रेडियोऐक्टिव समस्थानिक की अर्धायु T वर्ष है। कितने समय के बाद इसकी ऐक्टिवता, प्रारम्भिक ऐक्टिवता की (a) 3.125%, तथा (b) 1% रह जाएगी।

हल:

(a) माना समस्थानिक की प्रारम्भिक रेडियोऐक्टिवता = R_0

माना समयान्तराल n अद्धयुकालों के पश्चात् शेष रेडियोऐक्टिवता = R

प्रश्नानुसार, R = R_0 का 3.125%

$$\Rightarrow R = \frac{3.125}{100} R_0$$

परन्तु n अर्द्धायुकालों के बाद शेष रेडियोऐक्टिवता $R = R_0\left(\frac{1}{2}\right)^n$

$$\therefore \frac{3.125}{100} R_0 = R_0\left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$\text{या } \frac{1}{32} = \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$\therefore n = 5$

अतः अभीष्ट समयान्तराल = n × एक अर्द्धायु = 5 T

प्रश्न 8:

जीवित कार्बनयुक्त द्रव्य की सामान्य ऐक्टिवता, प्रति ग्राम कार्बन के लिए 15 क्षय प्रति मिनट है। यह ऐक्टिवता, स्थायी समस्थानिक ${}^{14}_{6}C$ के साथ-साथ अल्प मात्रा में विद्यमान रेडियोऐक्टिव ${}^{12}_{6}C$ के कारण होती है। जीव की मृत्यु होने पर वायुमण्डल के साथ इसकी अन्योन्य क्रिया (जो उपर्युक्त सन्तुलित ऐक्टिवता को बनाए रखती है) समाप्त हो जाती है तथा इसकी ऐक्टिवता कम होनी शुरू हो जाती है। ${}^{14}_{6}C$ की ज्ञात अर्धायु (5730 वर्ष) और नमूने की मापी गई ऐक्टिवता के आधार पर इसकी सन्निकट आयु की गणना की जा सकती है। यही पुरातत्व विज्ञान में प्रयुक्त होने वाली ${}^{14}_{6}C$ कालनिर्धारण (dating) पद्धति का सिद्धान्त है। यह मानकर कि मोहनजोदड़ो से प्राप्त किसी नमूने की ऐक्टिवता 9 क्षय प्रति मिनट प्रति ग्राम कार्बन है। सिन्धु घाटी सभ्यता की सन्निकट आयु का आकलन कीजिए।

हल:

दिया है, R_0 = 15 क्षय प्रति मिनट

R = 9 क्षय प्रति मिनट, $T_{1/2}$ = 5730 वर्ष

सूत्र $R = R_0 e^{-\lambda t}$ से, $9 = 15 e^{-\lambda t}$

$$\Rightarrow \quad \frac{5}{3} = e^{\lambda t} \quad , \quad \text{या} \quad 1.6667 = e^{\lambda t}$$

दोनों पक्षों का log लेने पर,

$$\log_e (1.6667) = \lambda t \log_e e \quad \text{या} \quad 2.303 \log_{10} 1.6667 = \lambda t$$

$$\Rightarrow \quad \lambda t = 2.3025 \times 0.22185 = 0.5108$$

$$\Rightarrow \quad t = \frac{0.5108}{\lambda} = \frac{0.5108}{[0.693/T_{1/2}]} \qquad \left[\because \lambda = \frac{0.693}{T_{1/2}}\right]$$

$$\text{अभीष्ट समय } t = \frac{0.5108}{0.693} \times T_{1/2} = 0.7371 \times 5730 \text{ वर्ष}$$

$$= \mathbf{4224 \text{ वर्ष}}$$

प्रश्न 9:

8.0 mCi सक्रियता का रेडियोऐक्टिव स्रोत प्राप्त करने के लिए $^{60}_{27}Co$ की कितनी मात्रा की आवश्यकता होगी? $^{60}_{27}Co$ की अर्धायु 5.3 वर्ष है।

हल:

दिया है, सक्रियता R = 80 mCi= 80 x 10^{-3} x 3.7 x 10^{10} विघटन s^{-1}

= 29.6 x 10^7 विघटन s^{-1}

$T_{1/2}$ = 5.3 वर्ष (∵ 1 क्यूरी = 3.7 x 10^{10} विघटन s^{-1})

= 5.3 x 365 x 24 x 60 x 60s

$$\text{सक्रियता } R = -\frac{dN}{dt} = -\frac{d}{dt}(N_0 e^{-\lambda t}) \qquad [\because N = N_0 e^{-\lambda t}]$$

$$\text{या} \quad R = +\lambda N_0 e^{-\lambda t}$$

$$\text{या} \quad R = \lambda N \quad \Rightarrow \quad N = \frac{R}{\lambda}$$

$$\Rightarrow \quad N = \frac{R}{[0.693/T_{1/2}]} = \frac{R}{0.693} \times T_{1/2}$$

∴ आवश्यक परमाणुओं की संख्या

$$N = \frac{29.6 \times 10^7 \times 5.3 \times 365 \times 24 \times 60 \times 60}{0.693}$$

$$= 7.133 \times 10^{16} \text{ परमाणु}$$

∵ $^{60}_{27}$Co का ग्राम परमाणु द्रव्यमान = 60

∴ 60g Co में परमाणुओं की संख्या = $N_A = 6.02 \times 10^{23}$

∴ 7.133×10^{16} परमाणुओं का द्रव्यमान = $\frac{60}{6.02 \times 10^{23}} \times 7.133 \times 10^{16}$

$$= 7.109 \times 10^{-6} \text{g} = \mathbf{7.11\ \mu g}$$

प्रश्न 10:

$^{90}_{38}Sr$ की अर्धायु 28 वर्ष है। इस समस्थानिक के 15 mg की विघटन दर क्या है?

हल:

दिया है, पदार्थ का द्रव्यमान = 15×10^{-3}

तथा $T_{1/2}$ = 28 वर्ष = $28 \times 365 \times 24 \times 60 \times 60$ s = 88.3×10^7s

$$\therefore \lambda = \frac{0.693}{T_{1/2}} = \frac{0.693}{88.3 \times 10^7} s^{-1}$$

$\because$ $^{90}_{38}$Sr का ग्राम परमाणु द्रव्यमान = 90 g

$\therefore$ 90g Sr में परमाणु की संख्या = 6.02×10^{23}

$$\therefore 15 \times 10^{-3} \text{ g में परमाणुओं की संख्या} = \frac{6.02 \times 10^{23}}{90} \times 15 \times 10^{-3}$$

$= 1.004 \times 10^{20}$

$\therefore$ पदार्थ की विघटन दर (सक्रियता) $R = \lambda N$

$$\Rightarrow R = \frac{0.693}{88.3 \times 10^7} \times 1.004 \times 10^{20}$$

$= 7.879 \times 10^{10}$ विघटन s^{-1}

$$= \frac{7.879 \times 10^{10}}{3.7 \times 10^{10}} \text{ Ci} = 2.13 \text{ Ci}$$

प्रश्न 11:

स्वर्ण के समस्थानिक $^{197}_{79}Au$ एवं रजत के समस्थानिक $^{107}_{47}Ag$ की नाभिकीय त्रिज्या के अनुपात का सन्निकट मान ज्ञात कीजिए।

हल:

किसी नाभिक की त्रिज्या निम्नलिखित सूत्र द्वारा प्राप्त होती है

$R = R_0 A^{1/3}$

जहाँ A = परमाणु द्रव्यमान जबकि R_0 = नियतांक

यहाँ $^{197}_{79}Au$ के लिए, A1 = 197

तथा $^{107}_{47}Ag$ के लिए, Ag = 107

$$\therefore \quad \frac{R_1}{R_2} = \frac{(A_1)^{1/3}}{(A_2)^{1/3}} = \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^{1/3} = \left(\frac{197}{107}\right)^{1/3}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{R_1}{R_2} = (1.84)^{1/3} = 1.23$$

$\therefore$ **त्रिज्याओं का अनुपात $R_1 : R_2 = 1.23 : 1$**

प्रश्न 12:

(a) $^{226}_{88}Ra$ एवं (b) $^{220}_{86}Rn$ नाभिकों के α-क्षय में उत्सर्जित -कणों का Q-मान एवं गतिज ऊर्जा ज्ञात कीजिए।

दिया है : m ($^{226}_{88}Ra$) = 226.02540u, m($^{220}_{86}Rn$) = 222.01750u

m($^{220}_{86}Rn$) = 220.01137u, m($^{216}_{84}Po$) = 216.00189u

हल:

(a) $^{226}_{88}Ra$ का z-क्षय निम्न अभिक्रिया के अनुसार होगा

$$^{226}_{88}\text{Ra} \longrightarrow {}^{220}_{86}\text{Rn} + {}^{4}_{2}\text{He} + \text{Q}$$

$$\text{Q} = [\text{m}\,(^{226}_{88}\text{Ra}) - \text{m}(^{222}_{86}\text{Rn}) + \text{m}(^{4}_{2}\text{He})] \times 931\,\text{MeV}$$

= [226.02540 - (222.01750 + 4.00260)] × 931 MeV

= 4.934 MeV

α- कण की गतिज ऊर्जा $K_\alpha = \left(\frac{A - 4}{A}\right) Q$

$$= \left(\frac{226 - 4}{226}\right) \times 4.934\ \text{MeV}$$

= 4.85 MeV

Rn के α-क्षय का समीकरण निम्नलिखित है-

$$^{220}_{86}\text{Rn} \longrightarrow {}^{216}_{84}\text{Po} + {}^{4}_{2}\text{He} + \text{Q}$$

द्रव्यमान क्षति Δ m = [बाएँ पक्ष का द्रव्यमान - दाएँ पक्ष का द्रव्यमान]

= [220.01137 - (216.000189 + 4.002603)]u

= 0.006877 u

∴ अभिक्रिया का Q मान = Δ m × 931.5 MeV

= 0.006877 × 931.5

= 0.641 MeV

भाग (a) के अनुसार,

α- कण की गतिज ऊर्जा $K_\alpha = \left(\frac{A - 4}{A}\right)Q$

$= \frac{220 - 4}{220} \times 0.641$

= K_α = 0.629 MeV

प्रश्न 13:

रेडियोन्यूक्लाइड $^{11}_{6}C$ का क्षय निम्नलिखित समीकरण के अनुसार होता है

$$^{11}_{6}\mathbf{C} \rightarrow {}^{11}_{5}\mathbf{B} + e^{+} + \nu\,;\, T_{1/2} = \mathbf{20.3\ min}$$

उत्सर्जित पॉजिट्रॉन की अधिकतम ऊर्जा 0.960 Mev है। द्रव्यमानों के निम्नलिखित मान दिए गए हैं

m($^{11}_{6}C$) = 11.011434u तथा m($^{11}_{6}B$) = 11.009305u

Q-मान की गणना कीजिए एवं उत्सर्जित पॉजिट्रॉन की अधिकतम गतिज ऊर्जा के मान से इसकी तुलना कीजिए।

हल:

दिया गया समीकरण

$$^{11}_{6}\mathrm{C} \longrightarrow {}^{11}_{5}\mathrm{B} + {}^{0}_{+1}e + \nu$$

$\therefore \quad \Delta m = [{}^{11}_{6}\text{C}$ नाभिक का द्रव्यमान $- ({}^{11}_{5}\text{B}$ नाभिक का द्रव्यमान $) - {}^{0}_{+1}e$ का द्रव्यमान$]$

$= [\{m({}^{11}_{6}\text{C}) - 6m_e\} - \{m({}^{11}_{5}\text{B}) - 5m_e\} - m_e]$

$= m({}^{11}_{6}\text{C}) - m({}^{11}_{5}\text{B}) - 2m_e$

$= 11.011434 - 11.009305 - 2 \times 0.000548 = 0.001033\,\text{u}$

$\therefore \quad Q = \Delta m \times 931 = 0.001033 \times 931 = \mathbf{0.961\ MeV}$

उत्सर्जित पॉजिट्रॉन की महत्तम गतिज ऊर्जा 0.960 MeV है जो कि Q-मान के तुल्य है। ∵ उत्पाद नाभिक पॉजिट्रॉन की तुलना में अत्यधिक भारी है; अत: इसकी गतिज ऊर्जा लगभग शून्य होगी, पुन: चूंकि पॉजिट्रॉन की अधिकतम गतिज ऊर्जा Q – मान के तुल्य है; अतः न्यूट्रिनो भी लगभग शून्य ऊर्जा के साथ उत्सर्जित होगा।

प्रश्न 14:

$^{23}_{10}Ne$ का नाभिक, β^- उत्सर्जन के साथ क्षयित होता है। इस β-क्षय के लिए समीकरण लिखिए और उत्सर्जित इलेक्ट्रॉनों की अधिकतम गतिज ऊर्जा ज्ञात कीजिए।

m ($^{23}_{10}Ne$) = 22.994466 um($^{23}_{10}Na$) = 22.089770u

हल:

$^{23}_{10}Ne$ नाभिक के β-क्षय का समीकरण निम्नलिखित है

$^{23}_{10}\text{Ne}$ नाभिक के β-क्षय का समीकरण निम्नलिखित है—

$$^{23}_{10}\text{Ne} \longrightarrow {}^{23}_{11}\text{Na} + {}^{0}_{-1}\beta + \bar{\nu}$$

द्रव्यमान क्षति $\Delta m = m_N({}^{23}_{10}\text{Ne}) - m_N({}^{23}_{11}\text{Na}) - m_e$

(जहाँ m_N = नाभिक का द्रव्यमान)

$= [m({}^{23}_{10}\text{Ne}) - 10m_e] - [m({}^{23}_{11}\text{Na}) - 11m_e] - m_e$

$= m({}^{23}_{10}\text{Ne}) - m({}^{23}_{11}\text{Na})$

$= [22.994466 - 22.989770]\,\text{u} = 0.004696\,\text{u}$

$\therefore \quad Q$–मान $= \Delta m \times 931\ \text{MeV} = 0.04696 \times 931.5\ \text{MeV}$

$\Rightarrow \quad Q = 4.37\ \text{MeV}$

∵ $^{23}_{10}Ne$ नाभिक, $^{0}_{+1}\beta$ तथा ऐन्टिन्यूट्रिनो की तुलना में अत्यधिक भारी है; अत: इसकी गतिज ऊर्जा लगभग शून्य होगी। β-कण की ऊर्जा अधिकतम होगी यदि ऐन्टिन्यूट्रिनो शून्य ऊर्जा के साथ उत्सर्जित हो। इस दशा में β-कण की ऊर्जा अधिकतम होगी यदि ऐन्टिन्यूट्रिनो शून्य ऊर्जा के साथ उत्सर्जित हो। इस दशा में β-कण की अधिकतम ऊर्जा ९ मान के बराबर अर्थात् 4.37 MeV होगी।

प्रश्न 15:

किसी नाभिकीय अभिक्रिया A+b→ C+d का Q-मान निम्नलिखित समीकरण द्वारा परिभाषित होता है: $Q= [m_A + m_b - m_c - m_d] c^2$

जहाँ दिए गए द्रव्यमान, नाभिकीय विराम द्रव्यमान (rest mass) हैं। दिए गए आँकड़ों के आधार पर बताइए कि निम्नलिखित अभिक्रियाएँ ऊष्माक्षेपी हैं या ऊष्माशोषी।

(i) $^{1}_{1}\mathrm{H} + {}^{3}_{1}\mathrm{H} \longrightarrow {}^{2}_{1}\mathrm{H} + {}^{2}_{1}\mathrm{H}$

(ii) $^{12}_{6}\mathrm{C} + {}^{12}_{6}\mathrm{C} \longrightarrow {}^{20}_{10}\mathrm{Ne} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$

दिए गए परमाणु द्रव्यमान इस प्रकार हैं:

$m(^{2}_{1}\mathrm{H})$ = 2.014102 u

$m(^{3}_{1}\mathrm{H})$ = 3.016049 u

$m(^{12}_{6}\mathrm{C})$ = 12.000000u

$m(^{20}_{10}\mathrm{Ne})$ = 19.992439 u

हल:

(i) दी गई अभिक्रिया निम्नलिखित है

$^{1}_{1}\mathrm{H} + {}^{3}_{1}\mathrm{H} \longrightarrow {}^{2}_{1}\mathrm{H} + {}^{2}_{1}\mathrm{H}$

इस अभिक्रिया का Q-मान निम्नलिखित है -

$$Q = \left[m_N\left({}^{1}_{1}\mathrm{H}\right) + m_N\left({}^{3}_{1}\mathrm{H}\right) - m_N\left({}^{2}_{1}\mathrm{H}\right) - m_N\left({}^{2}_{1}\mathrm{H}\right)\right]c^2$$

यहाँ m_N का अर्थ नाभिकीय द्रव्यमान से है जबकि m का अर्थ परमाणु द्रव्यमान है।

$$\because m_N\left({}^{1}_{1}\mathrm{H}\right) = m\left({}^{1}_{1}\mathrm{H}\right) - m_e \quad [m_e = \text{इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान}]$$

$$m_N\left({}^{3}_{1}\mathrm{H}\right) = m\left({}^{3}_{1}\mathrm{H}\right) - m_e$$

$$m_N\left({}^{2}_{1}\mathrm{H}\right) = m\left({}^{2}_{1}\mathrm{H}\right) - m_e$$

$$\therefore m_N\left({}^{1}_{1}\mathrm{H}\right) + m_N\left({}^{3}_{1}\mathrm{H}\right) - m_N\left({}^{2}_{1}\mathrm{H}\right) - m_N\left({}^{2}_{1}\mathrm{H}\right)$$

$$= m\left({}^{1}_{1}\mathrm{H}\right) - m_e + m\left({}^{3}_{1}\mathrm{H}\right) - m_e - m\left({}^{2}_{1}\mathrm{H}\right) + m_e - m\left({}^{2}_{1}\mathrm{H}\right) + m_e$$

$= m\left({}_1^1H\right) + m\left({}_1^3H\right) - m\left({}_1^2H\right) - m\left({}_1^2H\right)$

= 1.007825 + 3.016049 - 2.014102 - 2.014102

= - 0.004993 u = - 0.004339 × 1.66 × 10^{-27} kg [$\because m\left({}_1^1H\right)$ = 1.007825 u व 1 u = 1.66 × 10^{-27} kg]

$\therefore$ Q = - 0.004339 × 1.66 × 10^{-27} × $(3 \times 10^8)^2$ J

= - 6.46 × 10^{-13} J

$\because$ इस अभिक्रिया का Q मान ऋणात्मक है; अतः यह ऊष्माशोषी अभिक्रिया है।

(ii) दी गई अभिक्रिया निम्नलिखित है -

$${}_6^{12}C + {}_6^{12}C \longrightarrow {}_{10}^{20}Ne + {}_2^4He$$

अभिक्रिया का Q-मान निम्नलिखित है -

$$Q = \left[2 \times m_N\left({}_6^{12}C\right) - m_N\left({}_{10}^{20}Ne\right) - m_N\left({}_2^4He\right)\right]$$

$$\because m_N\left({}_6^{12}C\right) = m\left({}_6^{12}C\right) - 6m_e$$

$$m_N\left({}_{10}^{20}Ne\right) = m\left({}_{10}^{20}Ne\right) - 10m_e$$

$$m_N\left({}_2^4He\right) = m\left({}_2^4He\right) - 2m_e$$

$$\therefore 2 \times m_N\left({}_6^{12}C\right) - m_N\left({}_{10}^{20}Ne\right) - m_N\left({}_2^4He\right)$$

$$= 2 \times \left[m\left({}_6^{12}C\right) - 6m_e\right] - m\left({}_{10}^{20}Ne\right) + 10m_e - m\left({}_2^4He\right) + 2m_e$$

$$= 2 \times m\left({}_6^{12}C\right) - m\left({}_{10}^{20}Ne\right) - m\left({}_2^4He\right)$$

$$= 2 \times 12.000000 - 19.992439 - 4.002603 \quad \left[\because m\left({}_2^4He\right) = 4.002603\right]$$

= 0.004958 u = 0.004958 × 1.66 × 10^{-27} kg

$\therefore$ Q = 0.004958 × 1.66 × 10^{-27} × $(3 \times 10^8)^2$ J

= 7.41 × 10^{-13} J

Q-मान धनात्मक है; अत: यह अभिक्रिया ऊष्माक्षेपी अभिक्रिया है।

प्रश्न 16:

माना कि हम $^{56}_{26}Fe$ नाभिक के दो समान अवयवों $^{28}_{13}Al$ में विखण्डन पर विचार करें। क्या ऊर्जा की दृष्टि से यह विखण्डन सम्भव है? इस प्रक्रम का Q-मान ज्ञात करके अपना तर्क प्रस्तुत करें।

दिया है : m($^{56}_{26}Fe$) = 55.93494u एवं m($^{28}_{13}Al$) = 27.98191u

हल:

$^{56}_{26}Fe \rightarrow {}^{28}_{13}Al + {}^{28}_{13}Al + Q$

$\therefore$ Q = [m($^{56}_{26}Fe$) – 2 x m ($^{28}_{13}Al$)]x 931 MeV

= [55.93494- 2x 27.98191]x 931 MeV

= -26.92 MeV

चूँकि Q का मान ऋणात्मक है अतः विखण्डन सम्भव नहीं है।

प्रश्न 17:

$^{239}_{94}Pu$ के विखण्डन गुण बहुत कुछ $^{235}_{92}U$ से मिलते-जुलते हैं। प्रति विखण्डन विमुक्त औसत ऊर्जा 180 MeV है। यदि 1kg शुद्ध $^{239}_{94}Pu$ के सभी परमाणु विखण्डित हों तो कितनी MeV ऊर्जा विमुक्त होगी?

हल:

यहाँ $^{239}_{94}Pu$के विखण्डन से मुक्त ऊर्जा = 180 MeV

$^{239}_{94}Pu$ का ग्राम परमाणु द्रव्यमान = 239g

$\therefore$ $^{239}_{94}Pu$प्लूटोनियम में उपस्थित परमाणुओं की संख्या = 6.02 x 10^{23}

$$\therefore \text{ 1 kg (= 1000 g) में उपस्थित परमाणुओं की संख्या} = \frac{6.02 \times 10^{23}}{239} \times 1000$$

$$= 2.52 \times 10^{24}$$

$\because$ 1 परमाणु के विखण्डन से मुक्त ऊर्जा = 180 MeV

$\therefore$ 1 kg अर्थात् 2.52×10^{24} परमाणुओं के विखण्डन से

मुक्त ऊर्जा = $180 \times 2.52 \times 10^{24}$

$= \mathbf{4.536 \times 10^{26}\ MeV}$

प्रश्न 18:

किसी 1000 MW विखण्डन रिएक्टर के आधे ईंधन का 5.00 वर्ष में व्यय हो जाता है।

प्रारम्भ में इसमें कितना $^{235}_{92}U$ था? मान लीजिए कि रिएक्टर 80% समय कार्यरत रहता है, इसकी सम्पूर्ण ऊर्जा $^{235}_{92}U$ के विखण्डन से ही उत्पन्न हुई है; तथा $^{235}_{92}U$ एन्यूक्लाइड केवल विखण्डन प्रक्रिया में ही व्यय होता है।

हल:

रिएक्टर की शक्ति P= 1000 MW = 1000 x 10^6 Js^{-1}= 109 Js^{-1}

समय t = 5.0 वर्ष = 5 x 365 x 24 x 60 x 60s

= 1.577 x 10^8 s

∴ 5 वर्ष में रिएक्टर में उत्पन्न ऊर्जा (जबकि यह 80% समय ही कार्य करता है)

E = 80% t x P

= $\frac{80}{100}$ x 1.577 x 10^8 x 16^9

: = 1.2616 x 10^{17}J

∵ ^{235}U के एक परमाणु के विखण्डन से औसतन 200 MeV ऊर्जा उत्पन्न होती है।

∴ 100 MeV ऊर्जा उत्पन्न होती है = 1 परमाणु से

या 200 x 1.6 x 10^{-13}J ऊर्जा उत्पन्न होती है = 1 परमाणु से

∴ 1J ऊर्जा उत्पन्न होगी = $\frac{1}{200 \times 1.6 \times 10^{-13}}$ परमाणु से

∴ 1.2616 × 10^{17}J ऊर्जा उत्पन्न होगी = $\frac{1.2616 \times 10^{17}}{200 \times 1.6 \times 10^{-13}}$ परमाणु से

= 3.94 × 10^{17}

∴ 5.0 वर्ष में विखंडित नाभिकों की संख्या n = 3.94 × 10^{17}

6.0 × 10^{23} परमाणु उपस्थित है = 235 g यूरेनियम में

∴ 3.94 × 10^{27} परमाणु उपस्थित होंगे = $\frac{235 \times 3.94 \times 10^{27}}{6.0 \times 10^{23}}$ g में

= 1.544 × 10^6 g में

= 1.544 × 10^3 kg = 1544 kg

∵ 5.0 वर्ष में आधी मात्रा विघटित होती है,

∴ रिएक्टर में की प्रारम्भिक मात्रा = 2 × 1544 = 3088 kg

प्रश्न 19:

2.0 kg ड्यूटीरियम के संलयन से एक 100 वाट का विद्युत लैम्प कितनी देर प्रकाशित रखा जा सकता है? संलयन अभिक्रिया निम्नवत् ली जा सकती है।

$${}_1^2H + {}_1^2H \longrightarrow {}_2^3He + n + 3.27\ MeV$$

हल:

लैंप की शक्ति P = 100 W, ड्यूटीरियम का द्रव्यमान m = 2.0 kg

दी गई समीकरण ${}_1^2H + {}_1^2H \longrightarrow {}_2^3He + n + 3.27\,MeV$

इस समीकरण से स्पष्ट है कि इस अभिक्रिया में ${}_1^2H$ के दो नाभिकों के संलयन से 3.27 MeV ऊर्जा उत्पन्न होती है।

∵ 2g ड्यूटीरियम में उपस्थित नाभिकों की संख्या = 6.02×10^{23}

∴ 2.0 kg (= 2000 g) में उपस्थित नाभिकों की संख्या = $\frac{6.02 \times 10^{23} \times 2000}{2}$

= 6.02×10^{26}

दो नाभिकों के संलयन से उत्पन्न ऊर्जा = 3.27 MeV

= $3.27 \times 1.6 \times 10^{-13}$ J

∴ 2 kg अथवा 6.02×10^{26} नाभिकों के संलयन से उत्पन्न ऊर्जा

= $3.27 \times 1.6 \times 10^{-13} \times 6.02 \times 10^{26}$ J

= $3.27 \times 1.6 \times 6.02 \times 10^{13}$ J

माना इस ऊर्जा से लैंप को t s तक प्रकाशित रखा जा सकता है, तब

लैंप द्वारा व्यय ऊर्जा = 100 W × ts = 100 t J

∴ $100\,t = 3.27 \times 1.6 \times 6.02 \times 10^{13}$

⇒ $t = 3.27 \times 1.6 \times 6.02 \times 10^{11}$ s

$= \frac{3.27 \times 1.6 \times 6.02 \times 10^{11}}{365 \times 24 \times 60 \times 60}$ वर्ष $= 4.9 \times 10^4$ वर्ष

अर्थात लैंप को 4.9×10^4 वर्ष तक प्रकाशित रखा जा सकता है।

प्रश्न 20:

दो इ्यूट्रॉनों के आमने-सामने की टक्कर के लिए कूलॉम अवरोध की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। (संकेत-कूलॉम अवरोध की ऊँचाई का मान इन इ्यूट्रॉन के बीच लगने वाले उस कूलॉम प्रतिकर्षण बल के बराबर होता है जो एक-दूसरे को सम्पर्क में रखे जाने पर उनके बीच आरोपित होता है। यह मान सकते हैं कि इ्यूट्रॉन 2.0 fm प्रभावी त्रिज्या वाले दृढ़ गोले हैं।)

हल:

प्रत्येक इ्यूट्रॉन पर आवेश

$q_1 = q_2 = +1.6 \times 10^{-19} C$

ऊर्जा के पदों में कुलॉम अवरोध (विभव प्राचीर)

माना प्रारम्भ में प्रत्येक इ्यूट्रॉन की गतिज ऊर्जा K है। जब ये दोनों एक-दूसरे के सम्पर्क में आते हैं तो सम्पूर्ण ऊर्जा विद्युत स्थितिज ऊर्जा में बदल जाती है। ∴ ऊर्जा संरक्षण से,

$$U = 2K \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}.\frac{q_1 q_2}{r} = 2K$$

$$\Rightarrow \quad K = \frac{1}{2}\left[9 \times 10^9 \times \frac{1.6 \times 10^{-19} \times 1.6 \times 10^{-19}}{2.0 \times 10^{-15}}\right] J$$

$$= 5.76 \times 10^{-14} J$$

$$= \frac{5.76 \times 10^{-14}}{1.6 \times 10^{-19}} eV = 3.6 \times 10^5 eV$$

∴ **विभव प्राचीर K = 360 KeV**

प्रश्न 21:

समीकरण $R = R_0 A^{1/3}$ के आधार पर, दर्शाइए कि नाभिकीय द्रव्य को घनत्व लगभग अचर है (अर्थात् A पर निर्भर नहीं करता है)। यहाँ R_0 एक नियतांक है एवं A नाभिक की द्रव्यमान संख्या है।

हल:

∵ नाभिक की द्रव्यमान संख्या = A

∴ नाभिक का द्रव्यमान m = Au

= A x 1.66 x 10^{-27}kg

पुन: नाभिक का आयतन $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

$$= \frac{4}{3}\pi (R_0 A^{1/3})^3$$

$$= \frac{4}{3}\pi R_0{}^3 A$$

∴ नाभिक का घनत्व $\rho = \frac{m}{V} = \frac{A \times 1.66 \times 10^{-27}}{\frac{4}{3} \times \pi R_0{}^3 A}$

$$= \frac{3 \times 1.66 \times 10^{-27}}{4\pi R_0{}^3}$$

∵ यह घनत्व नाभिक की द्रव्यमान संख्या A से मुक्त है; अत: हम कह सकते हैं कि नाभिकीय द्रव्य का , घनत्व लगभग अचर है।।

प्रश्न 22:

किसी नाभिक से β^+ (पॉजिट्रॉन) उत्सर्जन की एक अन्य प्रतियोगी प्रक्रिया है जिसे इलेक्ट्रॉन परिग्रहण (Capture) कहते हैं (इसमें परमाणु की आन्तरिक कक्षा, जैसे कि K-कक्षा, से नाभिक एक इलेक्ट्रॉन परिगृहीत कर लेता है और एक न्यूट्रिनो, ν उत्सर्जित करता है)।

$$e^+ + {}^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + \nu$$

दर्शाइए कि यदि β^+ उत्सर्जन ऊर्जा विचार से अनुमत है तो इलेक्ट्रॉन परिग्रहण भी आवश्यक रूप से अनुमत है, परन्तु इसका विलोम अनुमत नहीं है।

हल:

पॉजिट्रॉन उत्सर्जन की अभिक्रिया का समीकरण निम्नलिखित है

$${}^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + {}^{0}_{1}e + \nu + Q_1 \quad ....(1)$$

जबकि इलेक्ट्रॉन परिग्रहण की अभिक्रिया का समीकरण निम्नलिखित है

$${}^{0}_{-1}e + {}^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + \nu + Q_2 \quad ...(2)$$

अभिक्रिया (1) का Q-मान

$$Q_1 = \left[m_N\left({}^{A}_{Z}X\right) - m_N\left({}^{A}_{Z-1}Y\right) - m_e\right]c^2$$

$$= \left[\left\{m\left({}^{A}_{Z}X\right) - Zm_e\right\} - \left\{m^{A}_{Z-1}\ Y - (Z-1)m_e\right\}\right]c^2$$

या $$Q_1 = \left[m\left({}^{A}_{Z}X\right) - m\left({}^{A}_{Z-1}\ Y\right) - 2m_e\right]c^2 \qquad ....(3)$$

तथा अभिक्रिया (2) के लिए,

$$Q_2 = \left[m_e + m_N\left({}^{A}_{Z}X\right) - m_N\left({}^{A}_{Z-1}\ Y\right)\right]c^2$$

$$= \left[m_e + \left\{m\left({}^{A}_{Z}X\right) - Zm_e\right\} - \left\{m\left({}^{A}_{Z-1}\ Y\right) - (Z-1)m_e\right\}\right]c^2$$

$$= \left[m\left({}^{A}_{Z}X\right) - mm\left({}^{A}_{Z-1}\ Y\right)\right]c^2$$

या $$Q_2 = \left[m\left({}^{A}_{Z}X\right) - m\left({}^{A}_{Z-1}\ Y\right) - 2m_e\right]c^2 + 2m_e c^2$$

या $Q_2 = Q_1 + 2m_e c^2$ ....(4)

समीकरण (3) व (4) से स्पष्ट है। यदि पॉजिट्रॉन उत्सर्जन [अभिक्रिया (1)] ऊर्जा दृष्टि से अनुमत है तो इस अभिक्रिया का Q-मान अर्थात्
Q_1 धनात्मक होगी।
अर्थात् $Q_1 > 0$
$Q_2 > Q_1$ अतः $Q_1 > 0 \Rightarrow Q_1 > 0$
अर्थात् तब अभिक्रिया (2) का -मान भी धनात्मक होगा अर्थात् ऊर्जा दृष्टि से इलेक्ट्रॉन परिग्रहण भी अनुमत है।
अब इस अभिक्रिया के विलोम पर विचार कीजिए,
स्पष्ट है कि इस अभिक्रिया का Q-मान - Q_2 के बराबर होगा।
$\therefore Q_2 > 0$; अतः $Q_3 = -Q_2 < 0$
∵ इस अभिक्रिया का 2-मान ऋणात्मक है; अतः यह अभिक्रिया ऊर्जा दृष्टि से अनुमत नहीं है।